

Διαγώνισμα Προσομοίωσης στα Μαθηματικά Β'  
Λυκείου

Θέμα 1

A1. Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου (5 μονάδες)

A2. Να αποδείξετε ότι  $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{a}} \lambda_{\vec{\beta}} = -1$  (10 μονάδες)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λάθος

- i) Ισχύει ότι  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{\gamma}) = (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{\gamma}$
- ii) Αν  $\lambda \vec{a} = \lambda \vec{b}$  τότε  $\vec{a} = \vec{b}$  για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$
- iii) Το διάνυσμα  $\vec{\delta} = (A, B)$  είναι παράλληλο στην ευθεία  $Bx - Ay + \Gamma = 0$
- iv) Η εξίσωση  $x^2 + y^2 + 2x + y + 7 = 0$  παριστάνει κύκλο
- v) Ο κύκλος  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$  έχει κέντρο  $k(1, -2)$  και ακτίνα  $\rho = 16$  (2x5μονάδες)

Θέμα 2

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (1, 2)$  και  $\vec{\beta} = (2, 3)$ .

- a) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος  $\vec{\gamma} = 5\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$  (7 μονάδες)
- b) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$  (9 μονάδες)
- c) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $\kappa$  ώστε το διάνυσμα  $\vec{u} = (\kappa^2 - \kappa, \kappa)$  να είναι κάθετο στο  $\vec{\alpha}$  (9 μονάδες)

Θέμα 3

Δίνονται τα σημεία  $A(0, 2)$  και  $B(8, -4)$ . Ευθεία κάθετη στην  $AB$  στο  $A$ , τέμνει την ευθεία  $\varepsilon: y = 2x - 2$  στο σημείο  $\Gamma$

- a) Να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$  και τις εξισώσεις των ευθειών  $AB$  και  $A\Gamma$  (9 μονάδες)
- b) Να δείξετε ότι το σημείο  $\Gamma$  έχει συντεταγμένες  $(6, 10)$  και ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές (10 μονάδες)

- c) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ και να βρεθεί η εξίσωση της διαμέσου του από την κορυφή Α (6 μονάδες)

#### Θέμα 4

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$  και το σημείο  $M(2,1)$ .

- i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο με κέντρο το σημείο  $K(2,-1)$  και ακτίνα  $\rho = \sqrt{2}$  (8 μονάδες)
- ii. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων του κύκλου που διέρχονται από το σημείο  $M(2,1)$  ( 8 μονάδες)
- iii. Αν Α,Β είναι τα σημεία επαφής των παραπάνω εφαπτόμενων με τον κύκλο ,να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΜΑΒ (9 μονάδες)



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Πυξίδα

